



Unidades: 1, 2, 3 y 4

- Escribe las diferencias entre número racional y número irracional.
- Indica a que conjuntos pertenecen los siguientes números: a) $\frac{2}{3}$; b) -23 ; c) 3^{-5} ; d) $2^{\frac{1}{3}}$; e) $\frac{3\pi}{5}$
- Realiza las siguientes operaciones:

$$a) \frac{2}{3} \cdot \frac{18}{4} - \frac{25}{3} : \frac{5}{9} - \frac{2}{9} \quad b) \frac{2}{3} \cdot 9 - \frac{1}{3} \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5} : 9 \right) \quad c) \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{6} \cdot 3 \right) \frac{1}{2} - \frac{3}{2}$$

$$4. \text{ Reduce a una potencia: } a_1) \frac{2^{-3} \cdot 8^{-2} \cdot 4^3}{\frac{1}{2^3} : \frac{1}{2^{-3}}} \quad a_2) \frac{3^x \cdot 9^{x-5}}{81^{3x} : 3^{2x+1}} \quad a_3) \frac{\sqrt{2^3} \cdot \sqrt[3]{2^4}}{\sqrt[9]{2^6}}$$

$$5. \text{ Racionaliza las siguientes expresiones: } b_1) \frac{5}{1+\sqrt{3}} \quad b_2) \frac{5}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$$

$$6. \text{ Realiza los siguientes productos entre radicales: } a) \sqrt[3]{16} \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt[4]{27}; b) \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[5]{8} \cdot \sqrt{27}$$

$$7. \text{ Calcula: } a) \sqrt{2} - \sqrt{8} + \sqrt{18} - 5\sqrt{32}; b) \sqrt{27} - 2\sqrt{3} + \sqrt{12}$$

8. Explica el significado de $\log_a N$ y pon cuatro ejemplos.

9. Pasa a forma algebraica las siguientes expresiones:

$$a) \log A = 2 \log x - 3 \log y + 2 \log 5 \quad b) \log C = \log(x+y) + 2 \log(x-y)$$

10. Repasa las propiedades de los logaritmos e indica razonadamente si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. A continuación compruébalo con la calculadora.

$$a) \log 2 + \log 3 = \log(2+3) \quad b) \log 2 + \log 3 = \log(2 \cdot 3) \quad c) \frac{\log 3}{\log 2} = \log(3-2)$$

$$d) \log 0 = 1 \quad e) \log\left(\frac{3}{2}\right) = \log 3 - \log 2 \quad f) \log 3 + \log 3 = \log 3^2$$

13. Halla los siguientes logaritmos sin utilizar la calculadora:

$$a) \log_2 16 \quad b) \log_3 \sqrt{243} \quad c) \log_{81} 3 \quad d) \log_3 \left(\frac{\sqrt[4]{3}}{3} \right) \quad e) \log_{\frac{1}{3}} 9 \quad f) \log_{\frac{1}{4}} 2^2$$

11. Halla los siguientes logaritmos utilizando la calculadora: a) $\log_3 25$ b) $\log_5 3$ c) $\log_3 5$

12. Sabiendo que $\log 2 \approx 0'301$ y $\log 3 \approx 0'477$ y sin utilizar la calculadora halla:

$$a) \log \sqrt[3]{0'18} \quad b) \log 20 \quad c) \log 0'54 \quad d) \log \frac{\sqrt[4]{27}}{8}$$

13. Realiza las siguientes operaciones entre polinomios:

$$a) (x^3 - 3x^5 - 2x^2) - (3x^3 + 2x - 3x^2 + 1) = \quad b) (2a^2 - a) \cdot (3a - 1 + a^2) =$$

$$c) (3x^2 - 2y) \cdot (3x^2 + 2y) = \quad d) (3a^2 - 4b)^2 =$$

e) Siendo $P(x) = 6x^3 + 3x^2 - 6x - 3$ y $Q(x) = 2x^4 - 10x^2 + 8$, calcula:

e₁) $Q(x):P(x)$

e₂) Descomposición factorial de $P(x)$ y $Q(x)$.

14. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \frac{2x}{3} - \frac{x+1}{4} + \frac{2x-3}{6} = \frac{3x-1}{2} - 1 & \text{b)} \frac{x+2}{3} - \frac{x-1}{6} = \frac{x+3}{2} \\ \text{c)} 2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0 & \text{d)} 6x^3 - 11x^2 - 4x + 4 = 0 \end{array}$$

15. Halla el valor de x en:

$$\text{a)} \sqrt{2x+5} - 3x + 3 = 0; \text{ b)} \sqrt{x^2+3} + \sqrt{4x} = 0; \text{ c)} 3x - \sqrt{5x} = 10; \text{ d)} x^4 + 2x^2 - 48 = 0; \text{ e)} x^4 - x^2 = 20$$

16. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \begin{cases} 4x - 3y = 2 \\ x - 2y = -2 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} x + 2y = 6 \\ xy = -8 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 - y^2 = 4 \end{cases} \end{array}$$

17. Resuelve:

$$\text{a)} \begin{cases} \log x + \log y = 1 \\ 4x - 3y = 37 \end{cases}; \text{ b)} \begin{cases} 3 \log x - 2 \log y = 1 \\ 1 - 3 \log x = 2 - 4 \log y \end{cases}; \text{ c)} \begin{cases} 3 \cdot 2^x - 2^y = 4 \\ 4 \cdot 2^x - 3 \cdot 2^y = -8 \end{cases}; \text{ d)} \begin{cases} 3 \cdot 2^{x-1} - 2^{y-2} = 4 \\ 4 \cdot 2^{x+1} - 3 \cdot 2^y = 8 \end{cases}$$

18. Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \log(x-2) = -1 & \text{b)} \log \sqrt{2x} = 2 \\ \text{c)} 2 \log x - \log(x+6) = 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{d)} \log(x+1) - \log x = 1 & \text{e)} \log x^3 = \log 6 + 2 \log x & \text{f)} \frac{\log(16-x^2)}{\log(3x-4)} = 2 \\ \text{g)} \frac{\log 2 + \log(11-x^2)}{\log(5-x)} = 2 & \text{h)} \log(5x+4) - \log 2 = \frac{1}{2} \log(x+4) & \end{array}$$

19. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} 3^{x^2-2x} = 1 & \text{b)} 5^{2x-1} = \sqrt[3]{25^{x^2-\frac{1}{4}}} & \text{c)} 4^x \cdot 16^x = 2 \\ \text{d)} 3^{x+1} + 3^x + 3^{x-1} = 39 & \text{e)} 3^x + 3^{2-x} = 10 & \text{f)} 4^{x+1} + 2^{x+3} - 320 = 0 \\ \text{g)} 4^{x-1} + 2^{x+2} = 48 & \text{h)} 3^{2x+2} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0 & \text{i)} 2^x = 127 \end{array}$$

20. Resuelve las siguientes inecuaciones y escribe la respuesta utilizando intervalos:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} 5(x-5) - 3(x+1) \leq x-3 & \text{b)} \frac{x}{3} + \frac{2x-1}{9} > \frac{3}{2} - 5x \\ \text{c)} \frac{2x-1}{3} - \frac{3x+1}{2} < \frac{5x+1}{4} - \frac{2x-3}{2} & \end{array}$$

21. Resuelve las siguientes inecuaciones y escribe la respuesta utilizando intervalos:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} x^2 + 4x + 3 < 0 & \text{b)} x^2 - 2x - 3 \geq 0 & \text{c)} 2x^2 + 5x - 3 \leq 0 \\ \text{d)} \frac{x-5}{x-2} \leq 0 & \text{e)} \frac{-x+2}{x+6} \geq 0 & \text{f)} \frac{x+7}{x-2} \leq 2 \end{array}$$

22. El doble de lo que resulta de sumarle a un número 3 unidades es menor que el triple de ese número menos 4 unidades. ¿Cuáles son los valores posibles de ese número?

23. Se consideran los rectángulos cuya base es el doble que la altura. Indica qué valores puede tomar la base para que el perímetro sea mayor que 12.

24. La diferencia entre la edad de un padre y su hija es de 30 años. ¿A partir de qué edad de la hija, la edad de su padre será menor que el doble de su edad?

SOLUCIONES

MATEMÁTICAS 4º ESO

ACTIVIDADES DE REFUERZO

(1ª Evaluación)

1. Cualquier número racional se puede expresar como fracción de números enteros, un número irracional es imposible expresarlo como fracción de números enteros. Si un número racional tiene infinitas cifras decimales, seguro que es periódico, los irracionales son infinitos y no periódicos.

2. a) Real, Racional; b) Real, Racional, Entero; c) Real, Racional; d) Real, Irracional; e) Real, Irracional.

$$3. \quad a) \frac{2}{3} \cdot \frac{18}{4} - \frac{25}{3} : \frac{5}{9} - \frac{2}{9} = \frac{-110}{9} \quad b) \frac{2}{3} \cdot 9 - \frac{1}{3} \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5} : 9 \right) = \frac{263}{45} \quad c) \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{6} \cdot 3 \right) \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -\frac{25}{24}$$

$$4. \quad 1) \frac{2^{-3} \cdot 8^{-2} \cdot 4^3}{\frac{1}{2^3} : \frac{1}{2^{-3}}} = 2^3 \quad 2) \frac{3^x \cdot 9^{x-5}}{81^{3x} : 3^{2x+1}} = 3^{-7x-9} \quad 3) \frac{\sqrt{2^3} \cdot \sqrt[3]{2^4}}{\sqrt[9]{2^6}} = \sqrt[18]{2^{39}} = 2^{\frac{39}{18}}$$

$$5. \quad 1) \frac{5}{1+\sqrt{3}} = \frac{5-5\sqrt{3}}{-2} \quad 2) \frac{5}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{5}+5\sqrt{3}}{2}$$

$$6. \quad a) \sqrt[3]{16} \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt[4]{27} = 12 \sqrt[12]{2^4 3^3} \quad b) \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[5]{8} \cdot \sqrt{27} = 3 \sqrt[15]{3^{10} 2^9}$$

$$7. \quad a) \sqrt{2} - \sqrt{8} + \sqrt{18} - 5\sqrt{32} = -18\sqrt{2} \quad b) \sqrt{27} - 2\sqrt{3} + \sqrt{12} = 3\sqrt{3}$$

8. Si llamamos $x = \log_a N \leftrightarrow a^x = N$. Es el exponente de "a" para que de N.

$$\text{Ejemplos: } \log_2 8 = 3, \log_{\frac{1}{3}} 3 = -1, \log 1000 = 3, \log_5 \sqrt{5} = \frac{1}{2}$$

$$9. \quad a) A = \frac{25x^2}{y^3} \quad b) C = (x+y)(x-y)^2$$

10. a) Falsa b) Verdadera c) Falsa d) Falsa e) Verdadera f) Verdadera

$$13. \quad a) \log_2 16 = 4 \quad b) \log_3 \sqrt{243} = \frac{5}{2} \quad c) \log_{81} 3 = \frac{1}{4} \quad d) \log_3 \left(\frac{\sqrt[4]{3}}{3} \right) = \frac{-3}{4} \quad e) \log_{\frac{1}{3}} 9 = -2 \quad f) \log_{\frac{1}{4}} 2^2 = -1$$

$$11. \quad a) \log_3 25 = 2,95 \quad b) \log_5 3 = 0,68 \quad c) \log_3 5 = 1,46$$

Estos resultados son el exponente al que hay que elevar la base para obtener 25, 3 y 5, respectivamente.

$$12. \quad a) \log \sqrt[3]{0'18} \approx -0'248 \quad b) \log 20 \approx 1'301 \quad c) \log 0'54 \approx -0'267 \quad d) \log \frac{\sqrt[4]{27}}{8} \approx -0'545$$

$$13. \quad a) -3x^5 - 2x^3 + x^2 - 2x - 1 \quad b) 2a^4 + 5a^3 - 5a^2 + a \\ c) 9x^4 - 4y^2 \quad d) 9a^4 + 16b^2 - 24a^2b$$

$$e_1) Q(x) : P(x) \rightarrow \text{Cociente} = \frac{x}{3} - \frac{1}{6}, \text{ Resto} = -\frac{15}{2}x^2 + \frac{15}{2}$$

$$e_2) P(x) = 6(x-1)(x+1)(x+\frac{1}{2}) \text{ y } Q(x) = 2(x-1)(x+1)(x-2)(x+2) \quad e_3) P(x) : Q(x) = \frac{6x+3}{2x^2-8}$$

14. a) $\frac{2x}{3} - \frac{x+1}{4} + \frac{2x-3}{6} = \frac{3x-1}{2} - 1 \rightarrow x = 1$ b) $\frac{x+2}{3} - \frac{x-1}{6} = \frac{x+3}{2} \rightarrow x = -2$
- c) $2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = \frac{1}{2}$ d) $6x^3 - 11x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow x_1 = 2, x_2 = \frac{1}{2}, x_3 = -\frac{2}{3}$
15. a) $\sqrt{2x+5} - 3x + 3 = 0 \rightarrow x = 2$; b) $\sqrt{x^2+3} + \sqrt{4x} = 0 \rightarrow$ no tiene solución; c) $3x - \sqrt{5x} = 10 \rightarrow x = 5$
- d) $x^4 + 2x^2 - 48 = 0 \quad x_1 = \sqrt{6}, x_2 = -\sqrt{6}$; e) $x^4 - x^2 = 20 \quad x_1 = \sqrt{5}, x_2 = -\sqrt{5}$
16. a) $\begin{cases} 4x - 3y = 2 \\ x - 2y = -2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ xy = -8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -2, y_1 = 4 \\ x_2 = 8, y_2 = -1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 - y^2 = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$
17. a) $\begin{cases} \log x + \log y = 1 \\ 4x - 3y = 37 \end{cases} \rightarrow x = 10, y = 1$; b) $\begin{cases} 3 \log x - 2 \log y = 1 \\ 1 - 3 \log x = 2 - 4 \log y \end{cases} \rightarrow x = y = 10$
- c) $\begin{cases} 3 \cdot 2^x - 2^y = 4 \\ 4 \cdot 2^x - 3 \cdot 2^y = -8 \end{cases} \rightarrow x = 2, y = 3$; d) $\begin{cases} 3 \cdot 2^{x-1} - 2^{y-2} = 4 \\ 4 \cdot 2^{x+1} - 3 \cdot 2^y = 8 \end{cases} \rightarrow x = 2, y = 3$
18. a) $\log(x-2) = -1 \rightarrow x = 2, 01$ b) $\log \sqrt{2x} = 2 \rightarrow x = 5.000$ c) $2 \log x - \log(x+6) = 0 \rightarrow x = 3$
- d) $\log(x+1) - \log x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{9}$ e) $\log x^3 = \log 6 + 2 \log x \rightarrow x = 6$ f) $\frac{\log(16-x^2)}{\log(3x-4)} = 2 \rightarrow x = 2, 4$
- g) $\frac{\log 2 + \log(11-x^2)}{\log(5-x)} = 2 \rightarrow x_1 = 3, x_2 = \frac{1}{3}$ h) $\log(5x+4) - \log 2 = \frac{1}{2} \log(x+4) \rightarrow x = 0$
19. a) $3^{x^2-2x} = 1 \rightarrow x_1 = 0, x_2 = 2$ b) $5^{2x-1} = \sqrt[3]{25 \cdot \frac{x^2-1}{4}} \rightarrow x_1 = \frac{5}{2}, x_2 = \frac{1}{2}$ c) $4^x \cdot 16^x = 2 \rightarrow x = \frac{1}{6}$
- d) $3^{x+1} + 3^x + 3^{x-1} = 39 \rightarrow x = 2$ e) $3^x + 3^{2-x} = 10 \rightarrow x_1 = 0, x_2 = 2$ f) $4^{x+1} + 2^{x+3} - 320 = 0 \rightarrow x = 3$
- g) $4^{x-1} + 2^{x+2} = 48 \rightarrow x = 3$ h) $3^{2x+2} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0 \rightarrow x_1 = 1, x_2 = -2$ i) $2^x = 127 \rightarrow x \square 7$
20. a) $5(x-5) - 3(x+1) \leq x-3 \rightarrow (-\infty, 25]$ b) $\frac{x}{3} + \frac{2x-1}{9} > \frac{3}{2} - 5x \rightarrow (0, 29; +\infty)$
- c) $\frac{2x-1}{3} - \frac{3x+1}{2} < \frac{5x+1}{4} - \frac{2x-3}{2} \rightarrow \left(-\frac{31}{13}, \infty\right)$
21. a) $x^2 + 4x + 3 < 0 \rightarrow (-3, -1)$ b) $x^2 - 2x - 3 \geq 0 \rightarrow (-\infty, -1] \cup [3, \infty)$ c) $2x^2 + 5x - 3 \leq 0 \rightarrow \left[-3, \frac{1}{2}\right]$
- d) $\frac{x-5}{x-2} \leq 0 \rightarrow (2, 5]$ e) $\frac{-x+2}{x+6} \geq 0 \rightarrow (-6, 2]$ f) $\frac{x+7}{x-2} \leq 2 \rightarrow (-\infty, 2) \cup [11, +\infty)$
22. El número deberá ser mayor que 10.
23. La base debe medir más de 4 unidades.
24. A partir de que la hija tenga 31 años.